

Fortgeschrittenen-Praktikum
Technische Universität Darmstadt

Betreuer: Clemens v. Loewenich
Durchführung: 11.05.2009
Abgabe: 08.06.2009



Versuch B 1.5

Aufspaltung von Spektrallinien im Magnetfeld

Oliver Bitterling


Mathieu Omet
(mathieuomet@gmx.de)

Zusammenfassung

In diesem Versuch wird die Aufspaltung von Spektrallinien in Magnetfeldern untersucht. Dabei werden sowohl der normale, der anormale Zeeman-Effekt und der vollständige Paschen-Back-Effekt betrachtet. Bei der Erklärung der beobachteten Phänomene werden das klassische und das quantenmechanische Modell gleichermaßen diskutiert. Zentral bei der Durchführung ist die Validierung der Vorhersagen, die über die Modelle gemacht werden können, durch Messergebnisse und bei der Auswertung die Bestimmung des Bohrschen Magnetons μ_B .

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Atomare Spektren	1
1.2	Kopplungstypen	2
1.2.1	Russel-Saunders- oder LS-Kopplung	2
1.2.2	jj-Koppelung	2
1.2.3	Multipletts	2
1.3	Auswahlregeln	3
1.4	Energieniveaus unter dem Einfluss eines Magnetfeldes	3
1.4.1	Zeemaneffekt	3
1.4.2	Paschen-Back-Effekt	4
2	Versuchsaufbau	5
3	Durchführung und Auswertung	7
3.1	Helium $\lambda = 671\text{nm}$	8
3.2	Helium $\lambda = 589\text{nm}$	9
3.3	Quecksilber $\lambda = 546\text{nm}$	10
3.4	Quecksilber $\lambda = 436\text{nm}$	10
3.5	Quecksilber $\lambda = 405\text{nm}$	11
4	Die Bestimmung des Bohrschen Magnetons	12
4.1	Überlegungen	12
4.2	Durchführung	13
4.3	Ergebnis mit Diskussion	13
	Literaturverzeichnis	14

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

1.1 Atomare Spektren

Jedem Zustand eines Elektrons in der Hülle eines Atoms kann eine Bindungsenergie zugewiesen werden. Der Wechsel eines Elektrons zwischen verschiedenen Zuständen erfordert Absorption oder Emission der Energiedifferenz zwischen den entsprechenden Zuständen. Untersuchung der im Emissionfall abgestrahlten Photonen ist das Arbeitsfeld der Spektroskopie. Die spezifischen Spektrallinien eines Elements sind sein energetischer Fingerabdruck und ermöglichen eine Identifikation auch über Entfernungen die keine andere Form der Untersuchung zulassen, wie z.B. die Bestimmung der Elemente aus denen die Sonne besteht.

Um den genauen Zustand eines Elektrons in der Hülle zu beschreiben dienen die folgenden Quantenzahlen.

- n : Hauptquantenzahl
- l : Bahndrehimpuls
- m_l : Magnetische Quantenzahl
- s_z : Spinprojektion auf die z -Achse

In wasserstoffähnlichen Atomen koppeln die einzelnen Quantenzahlen zu Gesamtwerten aneinander und werden in der folgenden Nomenklatur dargestellt.

$${}^{2S+1}L_J \tag{1.1}$$

Hierbei stellen L und S den Gesamtbahndrehimpuls und den Gesamtspin dar. J ist der Gesamtdrehimpuls, die Kopplung aus L und S .

1.2 Kopplungstypen

1.2.1 Russel-Saunders- oder LS-Kopplung

Ist die Wechselwirkung zwischen Bahndrehimpuls und Spin einzelner Elektronen schwach gegenüber den Wechselwirkungen der Bahndrehimpulse und Spins der Elektronen untereinander, kann man die Einzelgrößen auf die folgende Weise zu den Gesamtgrößen zusammenkoppeln.

$$L = \sum_{i=1}^n l_i \quad (1.2) \qquad S = \sum_{i=1}^n s_i \quad (1.3)$$

$$J = L + S \quad (1.4)$$

Der Gesamtdrehimpuls J kann in Eigerschritten Werte zwischen $L + S$ und $|L - S|$ annehmen.

1.2.2 jj-Koppelung

Sind die Wechselwirkungen zwischen Bahndrehimpuls und Spin der einzelnen Elektronen jedoch stark gegenüber den Wechselwirkungen zwischen den Bahndrehimpulsen und Spins der Elektronen untereinander, funktioniert diese Summationsmethode nicht mehr. Statt dessen müssen die Spins und Bahndrehimpulse jedes Elektrons separat zu einem Drehimpuls für dieses Elektron zusammengekoppelt werden. Aus diesen Drehimpulsen summiert man dann den Gesamtdrehimpuls.

$$j_i = l_i + s_i \quad (1.5)$$

$$J = \sum_{i=1}^n j_i \quad (1.6)$$

1.2.3 Multipletts

Als Multiplett wird eine Gruppe von Zuständen genannt, die zu einem Wert des Gesamtdrehimpulses J gehört. Die Multiplizität gibt an, wie viele Zustände zu einem Wert von J gehören. Sie berechnet sich wie folgt.

$$S \leq L \Rightarrow \text{Multiplizität} : 2S + 1$$

$$S > L \Rightarrow \text{Multiplizität} : 2L + 1$$

Je nach Multiplizität spricht man von einem Singulett-, Dublett- oder Tripletzustand.

1.3 Auswahlregeln

Aus Gründen der Gesamtdrehimpulserhaltung sind nicht alle spektroskopischen Übergängen erlaubt. Da das emittierte Photon einen Drehimpuls von 1 mit sich führt, sind nur Übergänge erlaubt, die den folgenden Regeln genügen.

$$\Delta J = 0, \pm 1 \qquad \Delta L = \pm 1 \qquad \Delta S = 0 \qquad \Delta m_L = 0, \pm 1$$

Eine für diesen Versuch wichtige Regel, die sich aus den Auswahlregeln ergibt, ist, dass bei einem Übergang mit $\Delta J = 0$ kein Übergang von einem $m_J = 0$ auf einen $m'_J = 0$ Zustand erlaubt ist.

1.4 Energieniveaus unter dem Einfluss eines Magnetfeldes

Über ihren Drehimpuls j verfügen Elektronen über ein magnetisches Moment, das sich durch Formel 1.7 bestimmt.

$$\mu = \gamma J \tag{1.7}$$

γ steht hier für das gyromagnetische Verhältnis.

Durch das magnetische Moment hat es in einem externen Magnetfeld in z-Richtung einen zusätzlichen Energieterm.

$$E = -\mu H = -\mu_z H = -\gamma m_J \hbar H \tag{1.8}$$

Da m_J $2J+1$ mögliche Werte annehmen kann, spaltet sich das Energieniveau des Elektrons in ebenso viele Niveaus auf.

Weiterhin lässt sich das gyromagnetische Verhältnis aus dem Lande-Faktor g und dem Bohrschen-Magneton μ_B bestimmen. Der Lande-Faktor wiederum setzt sich aus den Quantenzahlen des Zustands zusammen.

$$\gamma = \mu_B \cdot \frac{gJ}{\hbar} \tag{1.9}$$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \tag{1.10}$$

1.4.1 Zeemaneffekt

Man spricht vom normalen Zeeman-Effekt, wenn sich die Elektronenspins des Atoms zu $S = 0$ koppeln. Er entspricht also einem Übergang zwischen

Singulett-Zuständen. Nach den Auswahlregeln in 1.3 und den Aufspaltungsregeln in 1.4 spaltet sich die Spektrallinie in drei Linien mit gleichem Energieabstand auf.

Man spricht vom anormalen Zeeman-Effekt, wenn der Elektronenspin verschieden von Null ist. Dies führt zur Aufspaltung in mehr als drei Linien und zu unterschiedlichen Energiedifferenzen zwischen den Linien.

1.4.2 Paschen-Back-Effekt

Steigt die Stärke des externen Magnetfelds über einen Wert, bei dem es so stark ist, wie die inneratomare Wechselwirkung zwischen Bahndrehimpuls und Elektronenspin, tritt der Paschen-Back-Effekt auf. Die Kopplung zwischen L und S wird dabei aufgehoben und der Gesamtspin J ist keine gute Quantenzahl mehr. Folglich müssen die durch L und S bewirkten Energieaufspaltungen separat berechnet werden.

Folgende Auswahlregeln sind dabei zu beachten.

$$\begin{aligned}\Delta M_L &= 0 \pm 1 \\ \Delta L &= 0 \pm 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta M_S &= 0 \\ \Delta S &= 0\end{aligned}$$

Kapitel 2

Versuchsaufbau

Zur Messung wird ein Fabry-Pérot-Interferometer benutzt. Dies besteht im Wesentlichen aus zwei planparallelen Platten (vgl. Abb. 2.1), zwischen denen einfallendes Licht hin- und herreflektiert wird.

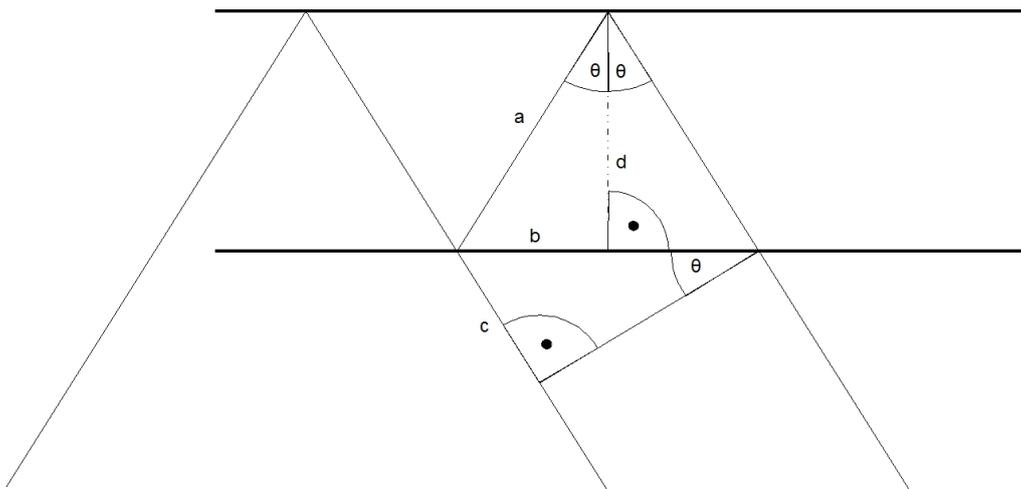


Abbildung 2.1: Skizze eines Fabry-Pérot-Interferometer mit einfallendem Lichtstrahl und Bemaßungen: d - Abstand der Platten, Θ - Einfallswinkel und a , b , c - weitere Längen für geometrische Überlegungen

Neben den Reflexionen an den Platten findet auch Transmission statt. Somit entstehen parallele Strahlen die den Abstand $2b \cdot \cos\Theta$, die miteinander interferieren können. Die Bedingung für konstruktive Interferenz lässt sich wie folgt herleiten.

Bezüglich Abb. 2.1 gilt

$$\sin\Theta = \frac{b}{a} \Leftrightarrow a \cdot \sin\Theta = b \quad (2.1)$$

und

$$\cos\Theta = \frac{d}{a} \Leftrightarrow a = \frac{d}{\cos\Theta} \quad (2.2)$$

Daraus folgt

$$\frac{d}{\cos\Theta} \sin\Theta = b \Leftrightarrow d \cdot \tan\Theta = b \quad (2.3)$$

Weiterhin gilt

$$\sin\Theta = \frac{c}{2b} \Leftrightarrow 2b \cdot \sin\Theta = c \quad (2.4)$$

Darin Gl. 2.3 eingesetzt, ergibt

$$2d \cdot \tan\Theta \sin\Theta = c \Leftrightarrow 2d \frac{\sin^2\Theta}{\cos\Theta} = c \quad (2.5)$$

Für konstruktive Interferenz muss gelten

$$2a - c = n\lambda \quad (2.6)$$

Daraus ergibt sich

$$2d \frac{\sin^2\Theta}{\cos\Theta} = \frac{2d}{\cos\Theta} - n\lambda \Leftrightarrow \frac{2d \cdot \sin^2\Theta}{\cos\Theta} - \frac{2d}{\cos\Theta} = -n\lambda \quad (2.7)$$

$$\Leftrightarrow \underline{2d \cdot \cos\Theta = n\lambda} \quad (2.8)$$

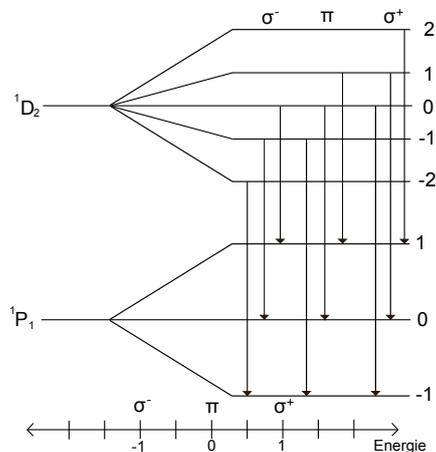
Kapitel 3

Durchführung und Auswertung

In diesem Teil werden die theoretischen Voraussagen über den Zeeman-Effekt anhand der Untersuchung von Spektrallinien verschiedener Stoffe untersucht. Wir definieren uns für unsere Beobachtungen zwei verschiedene Richtungen. Die z -Achse wird als die Richtung definiert in der das magnetische Feld angelegt ist. Als zweite Beobachtungsrichtung wird die x - y -Ebene gewählt. Für den normalen Zeeman-Effekt erwarten wir insgesamt drei verschiedene Spektrallinien zu sehen. Aus einer Perspektive entlang der z -Achse erwarten wir zwei Spektrallinien zu beobachten, die σ^+ und σ^- Linien, die entgegengesetzt zueinander in der x - y -Ebene zirkular polarisiert sind. Beobachten wir aus der x - y -Ebene erwarten wir drei Linien zu sehen. Zwei davon sind die Sigma-Linien, die orthogonal zur Beobachtungsrichtung in der x - y -Ebene linear polarisiert erscheinen. Die dritte Linie ist die π -Linie, die linear in z -Richtung polarisiert ist und deswegen aus longitudinaler Perspektive nicht sichtbar ist. Beim anomalen Zeeman-Effekt existieren ebenfalls Sigma- und Pi-Linien, allerdings können mehr als drei Linien entstehen.

3.1 Helium $\lambda = 671\text{nm}$

ΔM_J	M_J	M'_J	g_{eff}
+1	2	1	+1
	1	0	+1
	0	-1	+1
0	1	1	0
	0	0	0
	-1	-1	0
-1	0	1	-1
	-1	0	-1
	-2	-1	-1



Dieser Übergang ist ein Singulett-Übergang also ein Beispiel für den normalen Zeeman-Effekt. Es existieren neun mögliche Übergänge von denen je drei zu σ^+ , σ^- und π gehören. Der g-Faktor beider Zustände ist eins.

$$g_{eff} = g \cdot m_j - g' \cdot m'_j \quad (3.1)$$

Aus Gleichung 3.1 und den restlichen Auswahlregeln ergibt sich, dass es nur drei verschiedene g_{eff} -Werte gibt. Deshalb haben je drei der Übergänge identische Energiewerte und man kann nur drei Spektrallinien beobachten. Mittels eines Polarisationsfilters wiesen wir nach, dass die Spektrallinien in der von uns erwarteten Weise polarisiert waren.

3.2 Helium $\lambda = 589\text{nm}$

ΔM_J	M_J	M'_J	g_{eff}	(M_L, M_S)	M'_J	$(g_l M_L + g_s M_S)$	(M_L, M_S)	(M'_L, M'_S)	$(g_l \Delta M_L + g_s \Delta M_S)$
+1	1	0	1/2	(0,1)	0	2	(0,1)	(-1,1)	1
				(1,0)	0	1	(1,0)	(0,0)	1
				(2,-1)	0	0	(2,-1)	(1,-1)	1
0	0	0	0	(-1,1)	0	1	(-1,1)	(-1,1)	0
				(0,0)	0	0	(0,0)	(0,0)	0
				(1,-1)	0	-1	(1,-1)	(1,-1)	0
-1	-1	0	-1/2	(-2,1)	0	0	(-2,1)	(-1,1)	-1
				(-1,0)	0	-1	(-1,0)	(0,0)	-1
				(0,-1)	0	-2	(0,-1)	(1,-1)	-1

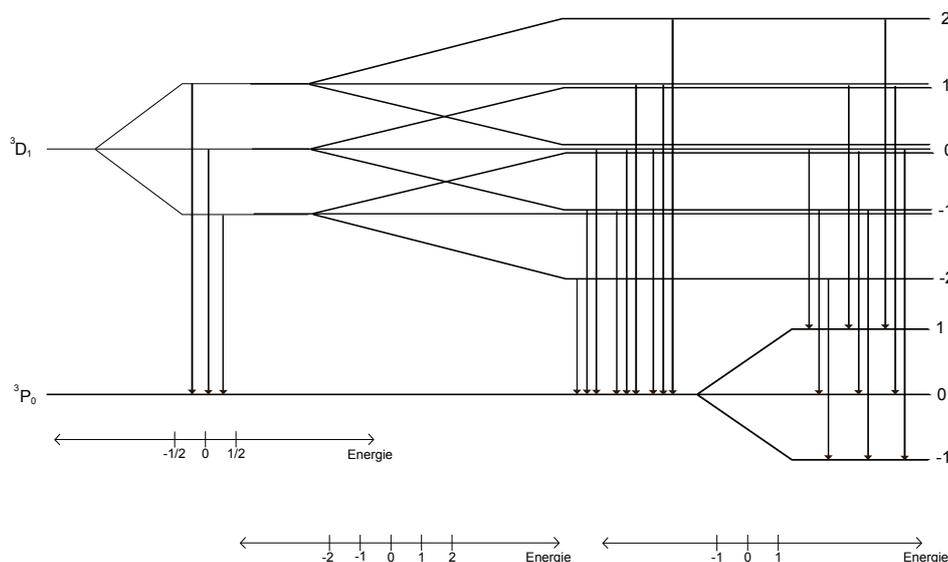


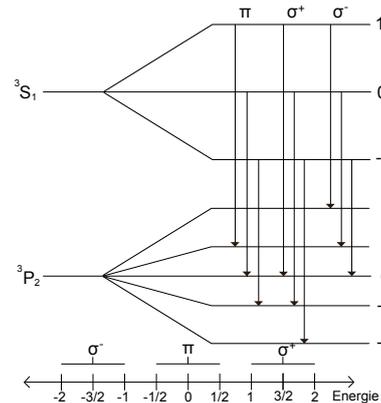
Abbildung 3.1: Helium Lambda: 589nm Unvollständiger und Vollständiger Paschen-Back-Effekt

Hier sieht man den partiellen und den vollständigen Paschen-Back-Effekt. Zuerst ist nur das obere Niveau vom Paschen-Back-Effekt betroffen. Die drei Linien des Zeeman-Effektes spalten sich je in drei weitere Linien auf (Spalte g_{eff}). Der effektive g-Faktor der Übergänge ist aber teilweise identisch, so dass nur fünf verschiedene Energieniveaus entstehen (Spalte $g_l M_L + g_s M_S$). Folglich sieht man fünf verschiedene Spektrallinien. Diese weisen allerdings unterschiedliche Polarisierungen auf so dass sich alle g-Übergänge unterscheiden lassen. Durch Paschen-Back-Aufspaltung des unteren Energieniveaus vereinfacht sich das System optisch wieder. Auch hier entstehen neun verschiedene mögliche Zustände, die drei verschiedene Energieniveaus bilden. Aus den effektiven g-Faktoren zwischen den unterschiedlichen Zuständen ent-

stehen nur drei verschiedene Spektrallinien.

3.3 Quecksilber $\lambda = 546\text{nm}$

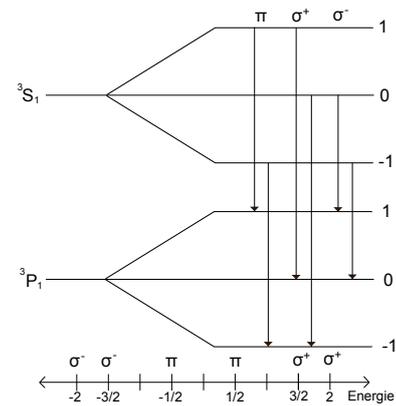
ΔM_J	M_J	M'_J	g_{eff}
1	1	0	2
	0	-1	3/2
	-1	-2	1
0	1	1	1/2
	0	0	0
	-1	-1	-1/2
-1	1	2	-1
	0	1	-3/2
	-1	0	-2



Hier sieht man ein Beispiel des anomalen Zeeman-Effekts. Auch hier gibt es neun verschiedenen Übergänge. Da in diesem Fall die g-Faktoren der Zustände unterschiedlich sind, ergeben sich mehr unterschiedliche effektive g-Faktoren und damit mehr unterschiedliche Energiedifferenzen. Deswegen kann man insgesamt neun Spektrallinien beobachten.

3.4 Quecksilber $\lambda = 436\text{nm}$

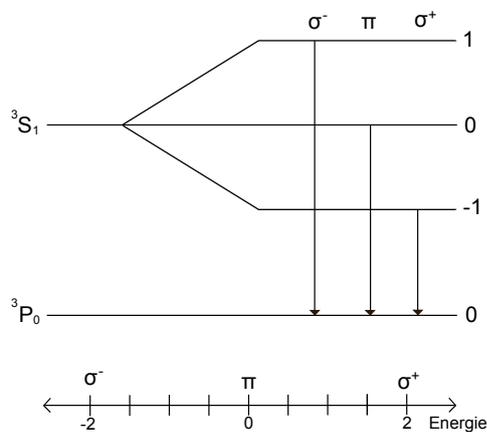
ΔM_J	M_J	M'_J	g_{eff}
1	1	0	2
	0	-1	3/2
0	1	1	1/2
	-1	-1	-1/2
-1	0	1	-3/2
	-1	0	-2



Hier sieht man wieder ein Beispiel für den anomalen Zeeman-Effekt. Beide Energiezustände spalten sich in drei Energieniveaus auf. Nach den Auswahlregeln sind gibt es sechs mögliche Übergänge und damit sechs Spektrallinien.

3.5 Quecksilber $\lambda = 405\text{nm}$

ΔM_J	M_J	M'_J	g_{eff}
1	1	0	2
0	0	0	0
-1	-1	0	-2



Hier sehen wir ein weiteres Beispiel für den anomalen Zeeman-Effekt. Es entstehen drei verschiedene Spektrallinien. Da die Differenz zwischen den g-Faktoren der Zustände besonders hoch ist, ist der Abstand zwischen den Spektrallinien ebenfalls größer als sonst.

Kapitel 4

Die Bestimmung des Bohrschen Magnetons

4.1 Überlegungen

Bei der Messung mit dem Fabry–Perot–Interferometer sind konzentrische Ringe zu beobachten. Deren Abstand beträgt ohne Magnetfeld $\delta\alpha_2$. Bei eingeschaltetem Magnetfeld sind mehr konzentrische Ringe zu beobachten. Diese haben zu den vorher beobachteten Kreisen den Abstand $\delta\alpha_1$. Mit der In Kapitel 2 hergeleiteten Interferenzbedingung lässt sich folgender Zusammenhang herleiten (vgl. [1]):

$$z_0 \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{\delta\alpha_1}{\delta\alpha_2} \quad (4.1)$$

$$z_0 = \frac{2d}{\lambda} \quad (4.2)$$

Nun ist es ein Leichtes über den effektiven g-Faktor Δg_{eff} das Bohrsche Magneton zu bestimmen.

$$\mu_B = \frac{hc}{2d\Delta g_{eff}H} \frac{\delta\alpha_1}{\delta\alpha_2} \quad (4.3)$$

Bemerkenswert bei dieser Messung ist, dass keine Absolutwerte gemessen werden. Da wohlbekannt ist, welche Überlappung der Kreise man verwendet, kann man das Verhältnis ermitteln.

4.2 Durchführung

Es werden für drei Wellenlängen der jeweils passende Filter verwendet. Da die Beobachtung der entstehenden konzentrischen Ringe über die Kamera leicht unscharf ist und um eine bessere Statistik zu bekommen, wurden jeweils fünf Messungen für den Spulenstrom aufgenommen. Dies geschah zur besseren Vergleichbarkeit immer auf dem aufsteigenden Ast der Hystereseurve. Das Zwischenergebnis ist Tabelle 4.2 dargestellt.

λ (nm)	Δg_{eff}	$\delta\alpha_1/\delta\alpha_2$	I (A)				
546	1/2	1/5	0,85	0,82	0,82	0,82	0,82
436	1/2	1/7	0,57	0,55	0,57	0,58	0,58
405	2	1/2	0,48	0,48	0,47	0,48	0,49

Aus den gemessenen Spulenströmen wurden Werte für μ_B und danach Mittelwerte gebildet. Dies ist Tabelle 4.2 zu entnehmen.

λ (nm)	Δg_{eff}	$\delta\alpha_1/\delta\alpha_2$	H [T]	μ_B ($10^{-24} J/T$)
546	1/2	1/5	0,578	9,11
436	1/2	1/7	0,414	9,08
405	2	1/2	0,341	9,64

4.3 Ergebnis mit Diskussion

Zweifels ohne ist die durchgeführte Messung recht unpräzise. Ursachen dafür sind:

- Unscharfes Bild
- Schwierigkeiten zu Bestimmen, wann konzentrische Kriese wie gewünscht überlagert waren
- Bestimmung der Werte für das Manetfeld über Eichkurve war nur näherungsweise möglich

Der Fehler insgesamt kann also in einer Größenordnung von 10% angenommen werden. Der gemittelte gemessene Wert für das Bohrsche Magneton von $9,28 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$ liegt somit innerhalb der Fehlergrenzen sehr nahe am Literaturwert von $9,27 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$. Dies ist in Anbetracht der oben aufgeführten Umstände bemerkenswert.

Literaturverzeichnis

- [1] Clemens von Loewenich, *Aufspaltung von Spektrallinien im Magnetfeld*
- *Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene*, Technische Universität
Darmstadt (19. Januar 2009)